



زمان ۳۰ دقیقه

درس فیزیک ۳

دبیر آکادمی فدوی

مبحث دینامیک جامع

شماره آزمون ۳

گزینه ۲

۱

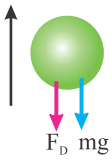
شتاب جاذبه یک سیاره را برحسب چگالی و شعاع آن به دست می‌آوریم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \xrightarrow[M = \rho V]{V = \frac{4}{3}\pi R^3} g = \frac{G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

حالا داریم:

$$g = \frac{4}{3}\pi G\rho R \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

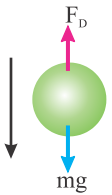
در مسیر رفت:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow -\left(g + \frac{f_D}{m}\right) = a \Rightarrow |a_{\text{پ}}| = g + \frac{f_D}{m}$$

در مسیر برگشت:



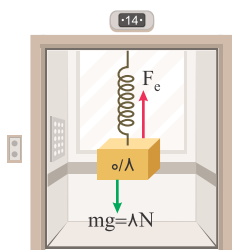
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow g - \frac{f_D}{m} = a \Rightarrow |a_{\text{پ}}| = g - \frac{f_D}{m}$$

در نهایت اندازهٔ اختلاف این دو شتاب برابر است با:

$$|a_{\text{پ}}| - |a_{\text{پ}}| = g + \frac{f_D}{m} - g + \frac{f_D}{m} = \frac{2f_D}{m}$$

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



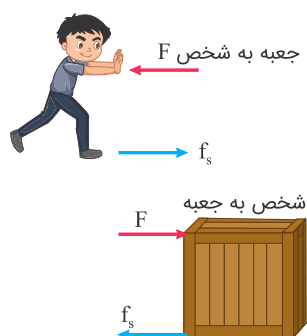
گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم. چون جهت حرکت رو به بالا و حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب به سمت پایین است، برآیند نیروها نیز به سمت پایین است. پس:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow mg - kx = ma$$

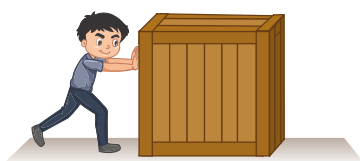
$$\Rightarrow 1 - 2x = 0/1 \times 2 \Rightarrow x = 3/2 \text{ cm}$$

چون جهت نیروی فنر به سمت بالا است یعنی طول فنر از طول عادی آن بیشتر شده است. پس طول فنر به $20 + 3/2 = 23/2 \text{ cm}$ می‌رسد.

برای به حرکت درآوردن جعبه، شخص باید روبه جلو حرکت کند و جعبه نیز همین طور:



جعبه $f_{s, \max} > F$ شخص به جعبه : جعبه

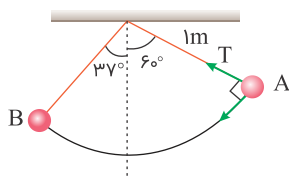


شخص $f_{s, \max} > f_{\text{شخص}}$: شخص

بنابراین باتوجه به دو رابطه بالا برای حرکت کردن جعبه باید:

$$f_{s, \max} \text{ شخص} > f_{s, \max} \text{ جعبه} \Rightarrow \mu_s mg > \mu'_s Mg \Rightarrow \frac{\mu_s}{\mu'_s} > \frac{M}{m}$$

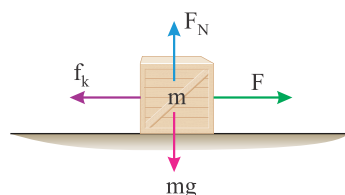
نیروی کشش طناب همواره بر مسیر حرکت گلوله عمود است بنابراین کار نیروی کشش طناب صفر است.



گام اول: شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون f_k را به دست می‌آوریم:

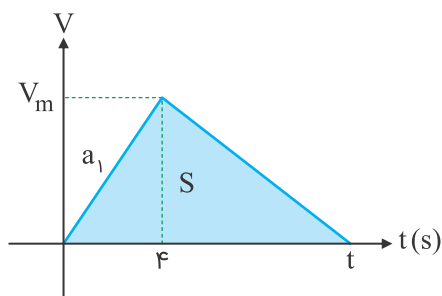


$$F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$

گام سوم: حال نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند یعنی برآیند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \\ F_N = mg = 360 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow R = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390 \text{ N}$$

نمودار سرعت- زمان جسم از لحظه شروع حرکت تا لحظه توقف به شکل زیر است، مساحت مثلث رنگی برابر با جابه‌جایی جسم در این بازه زمانی است:



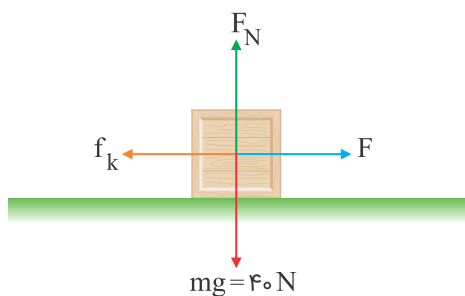
$$\Delta x = S = \frac{v_m \times t}{2}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{v_m \times t}{2}}{t} = \frac{v_m}{2} \xrightarrow{v_{av} = 10 \frac{m}{s}} \frac{v_m}{2} = 10 \Rightarrow v_m = 20 \frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله سرعت- زمان در ۴ ثانیه اول حرکت، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + \cancel{v_0} \xrightarrow[t=v_m=20]{t=4s} 20 = a \times 4 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

وضعیت نیروهای وارد بر جسم در ۴ ثانیه اول حرکت به شکل زیر است:



$$f_k = F_N \cdot \mu_k \xrightarrow[F_N=mg=40]{\mu_k=0.5} f_k = 40 \times 0.5 = 20 N$$

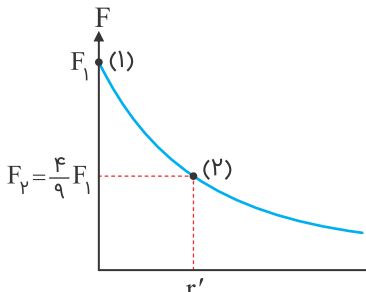
$$\text{قانون دوم نیوتون} \Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - 20 = 4 \times 5 \Rightarrow F = 40 N$$

دلیل نادرستی گزینه‌های "۱"، "۳" و "۴" را بررسی می‌کنیم:

نادرستی گزینه "۱" و گزینه "۴": طبق قانون اول نیوتون، وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

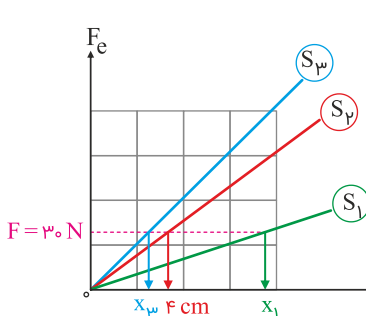
نادرستی گزینه "۳": طبق قانون اول نیوتون، پس از خاموش شدن موتورها، چون نیرویی بر سفینه وارد نمی‌شود، سفینه در مسیر مستقیم به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه خواهد داد.

نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره از رابطه $F = \frac{GMm}{r^2}$ به دست می‌آید، دقت کنید که در این رابطه، r برابر با فاصله ماهواره تا مرکز زمین ($r = r' + R$) است. با استفاده از اطلاعات روی نمودار می‌توان نوشت:



$$F = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow[r_1=R, r_2=R+r']{F_2 = \frac{4}{9}F_1} \frac{\frac{4}{9}F_1}{F_1} = \left(\frac{R}{R+r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{R}{R+r'} \Rightarrow 2R + 2r' = 3R \Rightarrow r' = \frac{R}{2}$$



به راحتی و با مقایسه تغییر طول فنرها در اثر اعمال نیروی ثابت (مثلاً 30 N) از روی نمودار مشخص می‌گردد که تغییر طول فنر S_1 باید بیشتر از 4 cm و فنر S_3 باید کمتر از 4 cm باشد.

باتوجه به سرعت‌های داده شده تغییر سرعت هر جعبه تا لحظه سکون برابر است با:

$$\Delta v_A = -2 \text{ m/s}, \Delta v_B = -4 \text{ m/s}, \Delta v_C = -6 \text{ m/s}$$

باتوجه به رابطه شتاب $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ می‌بینیم که در بازه زمانی مساوی شتاب C از همه بیشتر است. در نتیجه باتوجه به یکسان بودن جعبه‌ها و قانون دوم نیوتن $F = ma$ نیروی لازم برای متوقف کردن جعبه‌ها به شکل $F_C > F_B > F_A$ است.

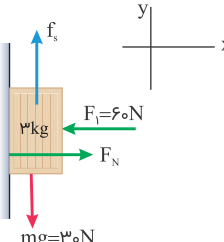
در لحظه باز شدن چتر، f_D (نیروی مقاومت هوا) دارای اندازه بزرگی است. باتوجه به اینکه جهت بردار سرعت در این لحظه به سمت پایین است و برآیند دو نیروی $\vec{f}_D$ و وزن به سمت بالا است، حرکت چتر باز کندشونده می‌شود پس تندی چتر باز کاهش می‌یابد. با کاهش تندی، اندازه f_D و در نتیجه برآیند دو نیروی f_D و mg نیز کم می‌شود. پس طبق رابطه $F_{\text{net}} = ma$ ، با کم شدن اندازه F_{net} ، اندازه a نیز کم می‌شود.

چون اصطکاک وجود ندارد و گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، برای هر گلوله انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن، هنگام رسیدن به زمین برابر است.

$$U = K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

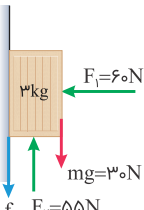
بنابراین سرعت گلوله‌ها در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن‌ها بستگی ندارد و فقط به ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد که برای هر سه گلوله یکسان است؛ پس بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

در حالت اول که نیروی F_1 به جسم وارد می‌شود و جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در راستای } x: F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ \text{در راستای } y: f_s = mg = 30 \text{ N} \end{cases}$$

با وارد شدن نیروی F_2 به جسم، چون $F_2 > mg$ است جهت نیروی اصطکاک قرینه می‌شود. باتوجه به اینکه در حالت اول $f_s = 30 \text{ N}$ بوده است و نیروی عمودی سطح و جنس دو سطح تغییر نکرده است، پس بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر یا مساوی 30 N است. پس در حالت دوم اگر فرض کنیم که جسم ساکن است، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:



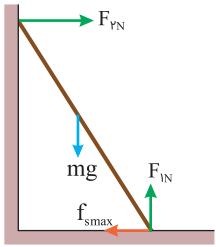
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در راستای } x: F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ \text{در راستای } y: F_2 = mg + f_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow 55 = 30 + f_s \Rightarrow f_s = 25 \text{ N}$$

چون f_s در این حالت از $f_s = 30 \text{ N}$ کمتر است، پس فرض ساکن ماندن جسم درست است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در این حالت $f_s = 25 \text{ N}$ است. نیروی سطح وارد بر جسم در این حالت برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 25^2} = \sqrt{(5 \times 12)^2 + (5 \times 5)^2} = 5\sqrt{12^2 + 5^2} = 5 \times 13 = 65 \text{ N}$$

نردبان در حال تعادل است بنابراین برآیند نیروهایی که در هر راستا بر نردبان وارد می‌شود، صفر است، پس داریم:



$$F_{IN} - mg = 0 \Rightarrow F_{IN} = 160 \text{ N}$$

نیرویی که از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود همان‌دازهٔ نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند. این نیرو برآیند نیروهای F_{IN} و $f_{s \max}$ است:

$$R = \sqrt{F_{IN}^2 + f_{s \max}^2} \Rightarrow (200)^2 = (160)^2 + f_{s \max}^2 \Rightarrow f_{s \max} = 120 \text{ N}$$

حالا از رابطهٔ $f_{s \max} = F_{IN} \mu_s$ ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:

$$f_{s \max} = F_{IN} \mu_s \Rightarrow 120 = 160 \times \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 اندازهٔ شتاب جسم دو برابر شتاب در بازهٔ t_1 تا $2t_1$ است. بنابراین در هر دو بازه، شیب نمودار سرعت- زمان که معرف شتاب است، مثبت بوده و در بازهٔ اول، شیب دو برابر بازهٔ زمانی دوم است.

ابتدا از قضیهٔ کار و انرژی، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_f + W_F = \Delta K \Rightarrow W_f + 20 \times 5 = 20 \Rightarrow W_f = -80 \text{ J}$$

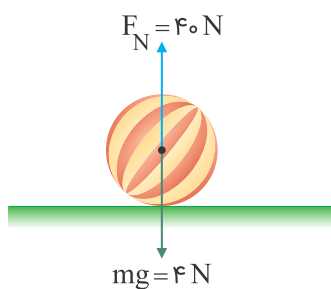
سپس از رابطهٔ $W_f = -f_k d$ نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:

$$W_f = -f_k d \Rightarrow -80 = -5 f_k \Rightarrow f_k = 16 \text{ N}$$

حالا از رابطهٔ $f_k = \mu_k F_N$ ، μ_k را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} f_k = \mu_k F_N \\ F = mg = 40 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow \mu_k = \frac{16}{40} = 0.4$$

نیروهای وارد بر جسم در حین برخورد آن با سطح زمین به شکل زیر است. در نتیجه نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

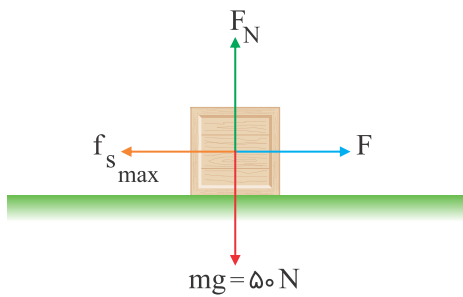


$$F_{\text{net}} = F_N - mg = ۴۰ - ۴ = ۳۶\text{N}$$

به کمک قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{\text{net}} \cdot \Delta t = ۳۶ \times ۰/۵ = ۱۸\text{N}$$

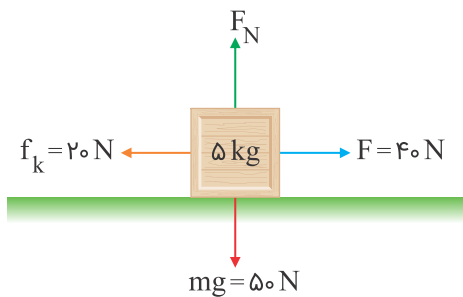
در اولین گام، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین جسم و سطح را محاسبه می‌کنیم:



$$f_{s \max} = F_N \cdot \mu_s \xrightarrow{F_N = mg = 50 \text{ N}} f_{s \max} = 50 \times 0.6 = 30 \text{ N}$$

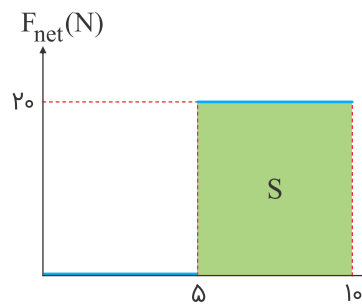
طبق نمودار نیرو- زمان، در ۵ ثانیه اول، نیروی وارد بر جسم ۲۰ N است و چون این نیرو، کمتر از $f_{s \max} = 30 \text{ N}$ است، در این بازه، جسم حرکت نکرده و شتاب آن و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما در ۵ ثانیه دوم، نیرو بزرگتر از $f_{s \max}$ می‌باشد و جسم حرکت می‌کند. در این بازه اصطکاک از نوع جنبشی است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_k = F_N \cdot \mu_k = 50 \times 0.4 = 20 \text{ N}$$



$$F_{\text{net}} = F - f_k = 40 - 20 = 20 \text{ N}$$

حالا می‌توان نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم کرد، تغییر تکانه جسم برابر با مساحت زیر نمودار $F_{\text{net}} - t$ است:



حالا می‌توان نیروی خالصی وارد بر جسم را در ۱۰ ثانیه اول محاسبه کرد:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ N}$$

در حالت اول عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{1N} = m(g + a)$ به دست می‌آید و در حالت دوم عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{2N} = m(g - 2a)$ محاسبه می‌شود پس داریم:

$$F_{1N} - F_{2N} = \cancel{mg} + ma - \cancel{mg} + 2ma$$

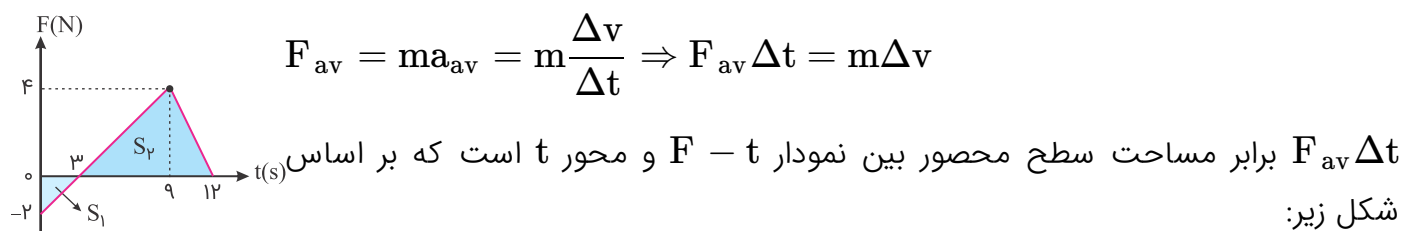
$$\Rightarrow 270 = 3ma = 3 \times 60 \times a \Rightarrow a = \frac{270}{180} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

وضعیت نیروهای وارد بر گلوله پس از پرتاب آن مطابق شکل زیر است:



چون تندی پرتاب گلوله بیشتر از تندی حدی گلوله است، در نتیجه $f_D > mg$ می‌باشد و این موضوع موجب می‌شود که شتاب حرکت جسم رو به بالا باشد، بنابراین حرکت گلوله کند شونده است تا زمانی که با کاهش تندی آن، تندی‌اش به حدی v برسد و این موضوع فقط در گزینه "۴" رعایت شده است.

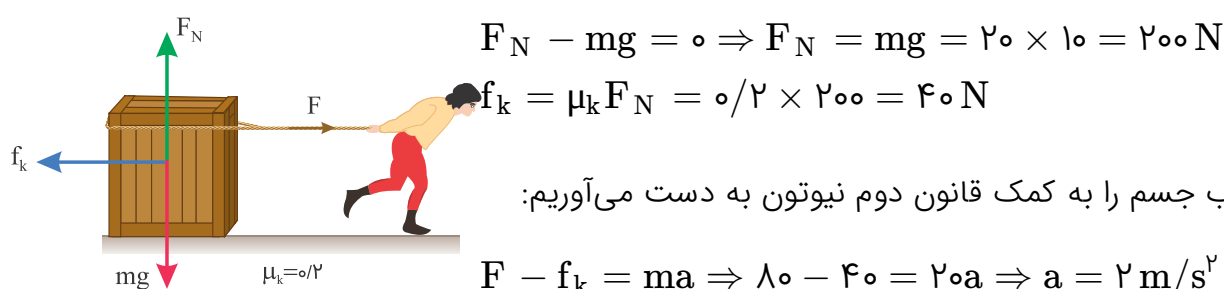
بر اساس قانون دوم نیوتون:



$$S = -S_1 + S_2 = \frac{-2 \times 3}{2} + \frac{4 \times (12 - 3)}{2} \Rightarrow S = -3 + 18 = 15$$

$$m \Delta v = 15 \Rightarrow \frac{200}{1000} \times (v - 0) = 15 \Rightarrow v = 75 \text{ m/s}$$

گام اول: نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را محاسبه می‌کنیم:



گام دوم: شتاب جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 80 - 40 = 20a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

گام سوم: معادله سرعت زمان جسم را نوشته و سرعت جسم را پس از $1/5 \text{ s}$ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 1/5 = 0.4 \text{ m/s}$$

گام چهارم: سرعت متوسط جسم را طی این مدت به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{0.4 + 0}{2} = 0.2 \text{ m/s}$$

گام پنجم: از معادله $P_{av} = F v_{av}$ توان متوسط شخص را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{av} = F v_{av} = 80 \times 0.2 = 16 \text{ W}$$

در صورتی که بردار سرعت جسم ثابت باشد و یا جسم حرکتی نداشته باشد، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر خواهد بود و می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند. به بررسی هر یک از موارد می‌پردازیم:

الف) چون توپ ساکن و بدون حرکت است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و نیروهای وارد بر آن متوازن است.

ب) چون چتر باز، با تندی حدی پایین می‌آید، اندازه سرعت آن ثابت است و چون حرکت آن در راستای قائم است، جهت بردار سرعت ثابت است. پس بردار سرعت چتر باز ثابت است و نیروهای وارد بر آن متوازن است.

ج) چون جهت حرکت موتورسوار هنگام چرخش دور میدان در حال تغییر است، بردار سرعت جسم متغیر است و نیروهای وارد بر اتومبیل متوازن نیست.

نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برآیند دو نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و نیروی عمودی سطح افقی است. بنابراین:

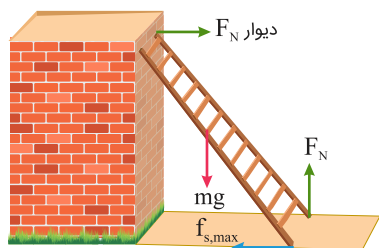
$$R = \sqrt{(f_{s1\max})^2 + F_N^2} \xrightarrow{f_{s1\max} = \mu_s F_N} R = \sqrt{\mu_s^2 F_N^2 + F_N^2}$$

$$\Rightarrow R = F_N \sqrt{1 + \mu_s^2} = F_N \sqrt{\left(\frac{5}{12}\right)^2 + 1} = F_N \times \frac{13}{12}$$

$$\xrightarrow{R=52\text{ N}} 52 = \frac{13}{12} F_N \Rightarrow F_N = 48\text{ N}$$

$$\Rightarrow f_{s1\max} = \mu_s F_N = \frac{5}{12} \times 48 = 20\text{ N}$$

نیروهای وارد بر نردبان به صورت شکل زیر است. باتوجه به اینکه نردبان در آستانه سرخوردن است، شتاب و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و داریم:



$$\begin{cases} mg = F_N \Rightarrow mg = 48\text{ N} \\ F_{N\text{ دیوار}} = f_{s1\max} \Rightarrow F_{N\text{ دیوار}} = 20\text{ N} \end{cases}$$

